

1. Sea $f : \mathbb{C} \rightarrow \mathbb{C}$ analítica y $a, b \geq 0$ tales que $|f(z)| \leq a\sqrt{|z|} + b$ para $\forall z \in \mathbb{C}$. Demostrar que f es constante.
2. Sea f entera, $z_0 \in \mathbb{C}$. Demostrar que $\exists A > 0$ tal que

$$|f^{(k)}(z_0)| \leq Ak! \quad \forall k \in \mathbb{N}.$$

3. Sea $a > 0$. Evaluar la integral

$$\int_0^\infty \frac{\sqrt{x}}{a^2 + x^2} dx.$$

4. Sea $R > 0$, $B_R(0) = \{z \in \mathbb{C} \mid |z| < R\}$ y sea $f : B_R(0) \rightarrow \mathbb{C}$ holomorfa. Para cada $r \in [0, R)$ definamos

$$M(r) = \sup_{|z|=r} |f(z)|.$$

Probar que

- a) M es una función continua,
 - b) si f no es constante, M es estrictamente creciente.
5. Sea $D \subseteq \mathbb{C}$ una región, es decir un abierto conexo no vacío, y $z_0 \in D$. Sean $f, g : D \setminus \{z_0\} \rightarrow \mathbb{C}$ funciones holomorfas con singularidades esenciales en z_0 . ¿Qué tipo de singularidades pueden ocurrir en z_0 para el producto fg ? Comprobar su respuesta.
 6. Determinar el grupo de automorfismos conformes del conjunto $\{z \in \mathbb{C} : |z| < 1, z \neq 0\}$.