

EXAMEN BÁSICO DE ANÁLISIS REAL
ENERO 2020

1. Sea m la medida de Lebesgue en \mathbb{R} , para $f \in L^1(0, 1)$ y $x \in (0, 1)$ considere $g(x) := \int_{(x,1)} \frac{f(y)}{y} dm$. Determine si $g \in L^1(0, 1)$.
2. Sean $f, f_n \in L^p([a, b])$ suponga $f_n \rightarrow f$ en L^p y $g(x) := \int_a^x f dm, g_n(x) := \int_a^x f_n dm$. Determine si $g_n \rightarrow g$ en medida.
3. Sea $A \subset [0, 1]$ Lebesgue medible suponga que existe $0 < q < 1$ tal que para cada intervalo I $m(A \cap I) \leq qm(I)$ calcule $m(A)$.
4. Construya funciones $f, f_n \in L^1(\mathbb{R})$ tal que $f_n \rightarrow f$ c.t.p. y no se satisfaga la conclusión del Lema de Fatou.
5. Sea m la medida de Lebesgue en \mathbb{R} , $f \in L^1(\mathbb{R})$ si f es uniformemente continua, determine $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$
6. Demuestre que existen conjuntos Lebesgue medibles pero no de Borel en \mathbb{R}^n .