

1. Encuentra y explica en qué consiste el error en la prueba de la siguiente afirmación. **Afirmación:** $\ln(-z) = \ln(z)$ para todo número complejo $z \neq 0$.

Demostración:

- (a) $\ln((-z)^2) = \ln(z^2)$,
 - (b) $\ln(-z) + \ln(-z) = \ln(z) + \ln(z)$,
 - (c) $2\ln(-z) = 2\ln(z)$ y por lo tanto: $\ln(-z) = \ln(z)$
2. Supongamos que $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n$ tiene radio de convergencia $R = 1$. Demuestra que $g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{a_n}{n!} z^n$ es una función entera.
3. (a) Considerar $R : \hat{\mathbb{C}} \rightarrow \hat{\mathbb{C}}$ dada por $R(z) = -z/(z-1)^2$. Mostrar que existen biholomorfismos $R_1, R_2 : \hat{\mathbb{C}} \rightarrow \hat{\mathbb{C}}$ tales que $R_2 \circ R \circ R_1(z) = z^2$.
- (b) Sea $R : \hat{\mathbb{C}} \rightarrow \hat{\mathbb{C}}$ holomorfa $2 \mapsto 1$. Mostrar que existen biholomorfismos $R_1, R_2 : \hat{\mathbb{C}} \rightarrow \hat{\mathbb{C}}$ tales que $R_2 \circ R \circ R_1(z) = z^2$.
4. Hallar $\int_0^{2\pi} dt/(a + \cos t)$ con $a > 1$.
5. Mostrar que el polinomio $P(z) = 3z^{15} + 4z^8 + 6z^5 + 19z^4 + 3z + 1$ tiene
- (a) 4 ceros en el disco $|z| < 1$,
 - (b) 11 ceros en el anillo $1 < |z| < 2$.
6. ¿Son $B_1(0) \setminus \{0\}$ y $B_2(0) \setminus \overline{B_1(0)}$ conformemente equivalentes? Mostrar tu respuesta.