

Examen Básico de Ecuaciones Diferenciales

POSGRADO CONJUNTO EN CIENCIAS MATEMÁTICAS

19 de junio 2023

Redactar con claridad, enumerar las hojas e incluir todos los argumentos, aunque sean parciales.

1. Para las soluciones de $\frac{dy}{dt} + ay = be^{-ct}$, con $a > 0$ y $c > 0$ y $b \in \mathbb{R}$, discuta el comportamiento de $y(t)$, cuando $t \rightarrow \infty$.
2. Sean f, f_y continuas para todo x, y en \mathbb{R} . Sea n un número natural. Para cada n , cuántas soluciones tiene la ecuación

$$\frac{d^n y}{dx^n} = f(x, y)$$

que pasan por un punto dado (x_0, y_0) con una dirección dada?

3. Determine el intervalo de definición maximal para las soluciones de $x'' - 3 = 3 \cos^3(3x + 3)$.
4. Determine los valores de a para los cuales el sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = ax + y + (a + 1)x^2, \\ \dot{y} = x + ay \end{cases}$$

es a) asintóticamente estable, b) estable, pero no asintóticamente estable, c) inestable en el origen.

5. Sea dado el sistema

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = -x(1 - x^2). \end{cases}$$

a) Determine el tipo de este sistema. b) Bosqueje el retrato fase de este sistema.

6. Determine si los siguientes sistemas admiten órbitas periódicas.

$$a) \begin{cases} \dot{x} = -5x - y + (x^2 + 2y^2)x, \\ \dot{y} = x - 5y + (x^2 + 2y^2)y. \end{cases} \quad b) \begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = 3(\pi - xy). \end{cases}$$