

Examen Básico de Ecuaciones Diferenciales

Enero de 2019

1).- Analice la estabilidad de la solución trivial del sistema

$$\begin{aligned}\dot{x} &= -ax + (a-1)y, \\ \dot{y} &= x + ay^2\end{aligned}$$

para todos los valores de a .

2).- Determine si los siguientes sistemas poseen órbitas periódicas.

$$a) \begin{cases} \dot{x}_1 = -2x_1 - x_2 + (3x_1^2 + 2x_2^2)x_1, \\ \dot{x}_2 = x_1 - 2x_2 + (3x_1^2 + 2x_2^2)x_2. \end{cases} \quad b) \begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = 5(1 - x_1x_2) + x_1^2x_2. \end{cases}$$

3).- Considere la ecuación

$$(1) \quad \dot{x} = \lambda x + f(t),$$

donde λ es una constante diferente de cero y $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ continua periódica de período T .

a) Resolver la ecuación (1).

b) Bajo qué condiciones en términos de λ y T , la ecuación (1) tiene una única solución T -periódica?

4).- Suponga que $f : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ es una función Lipschitz y que $\dot{x} = f(x)$ tiene un punto de equilibrio, discuta el intervalo de definición maximal de las soluciones.

5).- Considere la ecuación diferencial

$$(2) \quad y' = ry - ky^2, \text{ con } r > 0, k > 0,$$

a) mediante un cambio de variable transforme (2) en un sistema lineal, encuentre su solución y , b) determine y clasifique los puntos de equilibrio.

6).- Describa los retratos fases del siguiente sistema al variar $\epsilon \in \mathbb{R}$

$$\frac{d\mathbf{x}}{dt} = \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ -\epsilon & -1 \end{pmatrix} \mathbf{x},$$