

Examen Básico de Gráficas

Morelia, 19 de junio de 2013

Tiempo: 4 hrs.

1. Sea G la gráfica cuyos vértices son los enteros del 2 al 100 y dos vértices son adyacentes si, y sólo si, tienen un factor común y no coinciden en el dígito de las unidades. Determinar el número cromático de G . ¿Es G conexa?

2. Probar que

$$\alpha(G) \geq \frac{|V(G)|}{\Delta + 1},$$

donde Δ es el grado máximo de G y $\alpha(G)$ es el número de independencia de G .

3. Sea G una gráfica plana con grado mínimo 5 y grado máximo 8 que tiene exactamente tres vértices de grado 8 y siete de grado 7. Probar que G tiene al menos 25 vértices de grado 5.
4. Sea M una matriz de 0's y 1's tal que en cada renglón y en cada columna hay exactamente dos 1's. Probar que M es suma de dos matrices de permutación.
5. Sea G una gráfica plana conexa tal que su dual G^* no tiene lazos ni aristas múltiples. Demostrar que G y G^* tienen el mismo número de árboles generadores.
6. Sea G una gráfica con 12 vértices y 40 aristas. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
 - G tiene un triángulo.
 - G tiene un cuadrado.
 - G tiene un K_4 .
7. Probar que todo torneo tiene trayectoria hamiltoniana (dirigida) y que si tiene al menos 3 vértices y es fuertemente conexo, entonces tiene ciclo hamiltoniano (dirigido).