

Examen Básico de Gráficas

Morelia, 27 de junio de 2014

Tiempo: 4 hrs.

1. Probar que si G es una gráfica conexa con n vértices y r ciclos, con $r \leq \frac{n}{2} - 1$, entonces G tiene un conjunto independiente con al menos $\frac{n}{2} - r$ elementos.
2. Sea G una gráfica bipartita con partes U y V tales que $|U| = |V| = 20$ y grado mínimo $\delta(G) \geq 11$. Probar que G tiene un 2-factor.
3. Sea G la gráfica obtenida al quitar una arista cualquiera de una gráfica 16-regular con 23 vértices. Determinar el número cromático por aristas de G .
4. Probar que toda digráfica bipartita completa sin pozos ni fuentes y con al menos 2 vértices en cada parte tiene un 4-ciclo. Probar que el resultado no es cierto para 6-ciclos aun si se pide que haya al menos 3 vértices en cada parte.
5. Probar que $C_3 \square C_3$ y $C_3 \times C_3$ no son aplanables. (Recordemos que $\mathcal{G} \square \mathcal{H}$ tiene vértices $\mathcal{V}(\mathcal{G}) \times \mathcal{V}(\mathcal{H})$ y aristas

$$\{(g, h)(g', h') : (g = g' \text{ y } hh' \in \mathcal{A}(\mathcal{H})) \text{ o } (h = h' \text{ y } gg' \in \mathcal{A}(\mathcal{G}))\},$$

y que $\mathcal{G} \times \mathcal{H}$ tiene vértices $\mathcal{V}(\mathcal{G}) \times \mathcal{V}(\mathcal{H})$ y aristas

$$\{(g, h)(g', h') : gg' \in \mathcal{A}(\mathcal{G}) \text{ y } hh' \in \mathcal{A}(\mathcal{H})\}.$$

6. Probar que si G es 3-conexa entonces dados dos 3-ciclos ajenos existe un ciclo que contiene a los seis vértices de los esos ciclos. (*Sugerencia:* Suponiendo que los 3-ciclos son (u_1, u_2, u_3) y (v_1, v_2, v_3) , agregar dos vértices x y y , y poner aristas de x a cada u_i y de y a cada v_i .)