

Examen Básico de Gráficas

Morelia, 15 de enero de 2018

Tiempo: 4 hrs.

1. A una competencia de futbol asistieron $n \geq 3$ equipos y todos jugaron contra todos exactamente una vez. No hubo empates y se sabe que todos ganaron al menos un partido y perdieron también al menos un partido. Probar que hubo tres equipos A , B y C tales que A ganó a B , B ganó a C y C ganó a A .
 2. Sea G una gráfica plana conexa con 12 vértices, todos de grado 3. Probar que alguna cara tiene al menos 5 lados.
 3. Los números del 1 al 100 se distribuyen al azar en una matriz de 10×10 . Probar que es posible escoger un número de cada renglón de tal manera que los 10 números escogidos tengan todos distinto residuo módulo 10.
 4. Probar que el conjunto de aristas de una gráfica simple euleriana r -regular no admite partición en $k \geq 2$ partes de modo que cada parte induzca un árbol generador.
 5. Probar que si G es una gráfica en la que cualesquiera dos ciclos impares comparten al menos un vértice, entonces $\chi(G) \leq 5$.
 6. Definimos el truncamiento $tr(G)$ de una gráfica G como la gráfica G' obtenida de la siguiente manera:
 - Los vértices de G' son las parejas ordenadas (v, a) donde $v \in V(G)$, $a \in A(G)$ y v es incidente en a .
 - Hay una arista de (v, a) a (u, b) si ocurre una de las siguientes condiciones:
 - $u = v$ y $a \neq b$,
 - $u \neq v$ y $a = b$.
- Probar que una gráfica 3-regular G es hamiltoniana si, y sólo si, su truncamiento es hamiltoniano.
7. Demostrar que en una gráfica conexa sin vértices de corte, cualesquiera dos ciclos de longitud máxima tienen al menos dos vértices en común.