

Examen Básico de Gráficas

Morelia, 17 de enero de 2022

Tiempo: 4 hrs.

1. Sea G una gráfica con n vértices y $m \geq n$ aristas. Pruebe que G tiene al menos $m - n + 1$ ciclos distintos.
2. Dibuje todos los árboles con 8 vértices con la propiedad de que si se les agrega una arista entre cada par de hojas siguen siendo aplanables y justifique por qué son todos.
3. Una federación de 40 países acuerda que se lleven a cabo 30 tareas. Cada tarea debe ser realizada por exactamente un país. Dada cualquiera de las 30 tareas, existen al menos 20 países con la capacidad para realizarla. Por otro lado, dado cualquiera de los países existen al menos 10 tareas para las cuales ese país no tiene la capacidad.
¿Es posible asignar cada tarea a un país de modo que ningún país tenga dos o más tareas asignadas, o depende de la distribución de las capacidades de los países para realizar las tareas? Justifique.
4. Pruebe que todo torneo con 64 vértices contiene un torneo transitivo de orden 7.
5. Describa todas las gráficas con 15 vértices y 74 aristas que no contienen a K_4 como subgráfica. ¿Por qué son todas?
6. Sea G una gráfica 2-conexa con 30 vértices tal que toda subgráfica inducida con 4 vértices contiene un triángulo. Pruebe que G es hamiltoniana.
7. Sea G una gráfica que es isomorfa a su complemento. Demuestre que G tiene un vértice de corte si y sólo si G tiene un vértice de grado 1.