

# Examen General para la Maestría en Matemáticas

Topología Algebraica - Enero de 2019

Nombre: \_\_\_\_\_

Instrucciones: Resuelva 4 problemas de su elección justificando todos sus argumentos. Escriba las respuestas en hojas separadas y numeradas. El examen tiene una duración de 4 horas.

1. Pruebe que todo subgrupo de un grupo libre es libre.
2. Pruebe que  $\mathbb{Z}/2$  no actúa libremente en  $\mathbb{R}^2$ .
3. Sea  $X$  un espacio topológico. ¿Existe alguna aplicación cubriente  $F : \mathbb{R}P^2 \rightarrow X$  que no sea un homeomorfismo? justifique su respuesta.
4. Calcule la homología (con coeficientes en  $\mathbb{Z}$  y  $\mathbb{Z}/2$ ) de  $K \# T$ , con  $K$  la botella de Klein y  $T$  el toro.
5. Construya un ejemplo de dos complejos  $CW$  de dimensión 4 con el mismo grupo fundamental, misma homología, pero que no sean homotópicamente equivalentes. Discuta porqué esto no contradice el Teorema de Whitehead.