

EXAMEN BASICO JUNIO DE 2017

Topología General

Nombre:

Indicaciones. Para acreditar el examen se tienen que contestar por lo menos 4 preguntas completas. Escribir la solución de un problema sobre una sola hoja, y al final enumerar las hojas de acuerdo a su número total poniendo el nombre en cada una de ellas: Por ejemplo si son un total de 7 enumerar 1/7, 2/7 etc.

PREGUNTAS

- 1.. Sin acudir al Teorema de Tikonoff demuestra que si X y Y son espacios compactos entonces $X \times Y$ lo es.
2. Da un ejemplo de un espacio separable que no sea segundo numerable.
3. Sea $q : X \rightarrow Y$ una función cociente. Probar que X es regular si y sólo si Y es regular.
4. Sea $f : \mathbb{S}^1 \rightarrow \mathbb{R}$ una función continua. Probar que existe $x \in \mathbb{S}^1$ tal que $f(x) = f(-x)$.
Sugerencia: Considere la función $g(x) = \frac{f(x)-f(-x)}{|f(x)-f(-x)|}$, para cada $x \in \mathbb{S}^1$.
5. Sean X y Y dos espacios topológicos, $x \in X$ y $y \in Y$. Si A es la componente conexa de a y B es la componente conexa de b , en X y Y respectivamente, ¿es cierto que $A \times B$ es la componente conexa de (a, b) en $X \times Y$?
6. Sea X un espacio paracompacto y Hausdorff. Si X tiene un subespacio denso Lindelöf, probar que X es también Lindelöf.