

Examen General de Topología General
Posgrado Conjunto en Ciencias Matemáticas
UNAM-UMSNH
Junio 2016

Instrucciones: Para aprobar este examen, de los 6 ejercicios propuestos se tiene que contestar por lo menos 4.

Con bolígrafo negro escriba sus soluciones; inicie cada problema en una hoja limpia, no inicie la solución de un nuevo problema en una hoja usada. Numere sus hojas como $1/n$, $2/n$, $3/n$, etcétera, siendo n el número total de hojas que entregará.

El tiempo para resolver este examen es de cuatro horas.

1. Demuestre que $\mathbb{R}^{\mathbb{N}}$ con la topología producto no es una imagen continua de \mathbb{R} .
2. Sea $q : X \rightarrow Y$ una función cociente. Demuestre que si Y es conexo y cada conjunto $q^{-1}[\{y\}]$ es conexo, para cada $y \in Y$, entonces X es conexo.
3. Demuestre que en un espacio Lindelöf y perfectamente normal cada subconjunto discreto es a lo más numerable.
4. Sea $f : X \rightarrow Y$ una función sobreyectiva entre espacios Tychonoff. Si X es numerable y Y compacto; demuestre que Y tiene un punto aislado.
5. Muestre que el conjunto de funciones continuas de $[0, 1]$ en \mathbb{R} , denotado $C([0, 1])$, es un subconjunto denso del producto $\mathbb{R}^{[0, 1]}$. Dar un ejemplo de un espacio X tal que $C(X)$ no sea denso en \mathbb{R}^X .
6. Si X es un espacio de Tychonoff numerable, probar que existe una función inyectiva y continua $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $f[X] \subseteq \mathbb{Q}$, en donde \mathbb{Q} es el conjunto de los números racionales.